



**Zadania na XXI Podkarpacki Konkurs Matematyczny  
im. Franciszka Lejki  
Poziom I**

(klasy pierwsze liceum i technikum oraz klasy ósme szkoły podstawowej)

Finał

9 kwietnia 2022 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Rozwiąż równanie:  $\frac{3+x}{3x} = \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{x} \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{2}{x^2}}}$ , gdzie  $x \neq 0$ .
2. W kwadracie o boku długości 1 ścięto naroża tak, że powstał ośmiokąt foremny. Oblicz pole i obwód tego ośmiokąta.
3. Udowodnić, że liczby naturalne  $p, q$ , takie, że  $p = n^5 + 4n^3 + 3n$  oraz  $q = n^4 + 3n^2 + 1$  gdzie  $n$  jest dowolną liczbą naturalną, nie mają wspólnych dzielników naturalnych, różnych od 1.
4. Sto kolejnych liczb naturalnych dodatnich (zaczynając od 1), zapisano jedna za drugą, tworząc liczbę wielocyfrową. Jakie sto cyfr trzeba skreślić z tej liczby, aby liczba która pozostanie po skreśleniu była największa z możliwych? Uzasadnij swoje rozwiązanie i podaj jaką liczbę otrzymamy.
5. Dany jest trapez ABCD ( $AB \parallel CD$ ), w którym kąty rozwarte mają miary  $\angle ABC = 150^\circ$  i  $\angle ADC = 120^\circ$ . Wysokość tego trapezu wynosi 4, a jego obwód 28. Oblicz długości podstaw trapezu oraz długość przekątnej łączącej wierzchołki kątów rozwartych.

Powodzenia!